

3. kolokvij iz Matematike 2
07.06.2017., Grupa A

1. [15 bod.] Gaussovom metodom eliminacije riješite sljedeći sustav:

$$\begin{array}{rclcl} x_1 & + & 3x_2 & - & x_3 & = & 2 \\ & & 2x_2 & - & 4x_3 & = & -10 \\ 3x_1 & - & x_2 & + & 5x_3 & = & 20. \end{array}$$

2. Dane su matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \\ 5 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte:

- [10 bod.] $\mathbf{C}^T \cdot \mathbf{C}$,
 - [5 bod.] $\text{tr}(\mathbf{B}) \cdot \mathbf{A} - \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{C} + 3\mathbf{B}^T$.
 - [15 bod.] inverz matrice \mathbf{A} .
 - [10 bod.] rang matrice \mathbf{B} .
 - [5 bod.] Provjerite je li matrica \mathbf{B} simetrična, antisimetrična ili niti jedno od navedenog.
3. [10 bod.] Riješite matricnu jednadžbu $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$, gdje su \mathbf{A} i \mathbf{B} matrice iz prethodnog zadatka.
4. Koristeći svojstva determinante, odredite determinante sljedećih matrica

$$\text{a) [5 bod.] } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 8 \\ -2 & 1 & -1 \\ 7 & -8 & -1 \end{bmatrix}, \quad \text{b) [5 bod.] } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 9 \\ 0 & 3 & -2 \\ 1 & 8 & -3 \end{bmatrix},$$

te navedite svojstva koja ste koristili.

5. [20 bod.] Cramerovim pravilom riješite sljedeći sustav jednadžbi

$$\begin{array}{rclcl} 2x_1 & + & 3x_2 & - & x_3 & = & 14 \\ x_1 & & & + & 2x_3 & = & 0 \\ x_1 & - & x_2 & - & 5x_3 & = & 4. \end{array}$$

3. kolokvij iz Matematike 2
07.06.2017., Grupa B

1. [15 bod.] Gaussovom metodom eliminacije riješite sljedeći sustav:

$$\begin{aligned}x_1 + 5x_2 + 2x_3 &= 0 \\x_2 + 2x_3 &= 1 \\2x_1 + 6x_2 - 3x_3 &= -3.\end{aligned}$$

2. Dane su matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & 5 \\ 1 & -5 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte:

- [10 bod.] $\mathbf{C} \cdot \mathbf{C}^T$,
 - [5 bod.] $\text{tr}(\mathbf{A}) \cdot \mathbf{B} + \mathbf{C} \cdot \mathbf{C}^T - 2\mathbf{A}^T$.
 - [15 bod.] inverz matrice \mathbf{A} .
 - [10 bod.] rang matrice \mathbf{B} .
 - [5 bod.] Provjerite je li matrica \mathbf{B} simetrična, antisimetrična ili niti jedno od navedenog.
3. [10 bod.] Riješite matricnu jednadžbu $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$, gdje su \mathbf{A} i \mathbf{B} matrice iz prethodnog zadatka.
4. Koristeći svojstva determinante, odredite determinante sljedećih matrica

$$\text{a) [5 bod.] } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -6 & 2 \end{bmatrix}, \quad \text{b) [5 bod.] } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -4 & -5 & 3 \\ 2 & 8 & -1 \\ -2 & 3 & 2 \end{bmatrix},$$

te navedite svojstva koja ste koristili.

5. [20 bod.] Cramerovim pravilom riješite sljedeći sustav jednadžbi

$$\begin{aligned}x_1 - 3x_2 + x_3 &= -6 \\x_1 + 2x_2 &= 3 \\x_1 + x_2 + 3x_3 &= 4.\end{aligned}$$