

2. kolokvij iz Matematike 2
08.05.2013.

1. Neka je $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ omeđena funkcija i $P = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$, $a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n = b$, subdivizija segmenta $[a, b]$. Definirajte:
- [5 bod.] Odgovarajuću donju Darbouxovu sumu $s(f; P)$,
 - [5 bod.] Odgovarajuću gornju Darbouxovu sumu $S(f; P)$.

2. Izračunajte integrale:

a) [5 bod.] $\int \frac{(x-3)(x+1)}{4\sqrt{x^3}} dx$ b) [5 bod.] $\int \left(2^x 6^{-x} + \frac{2}{x}\right) dx$
c) [5 bod.] $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (3e^x + \cos x + 5) dx$ d) [10 bod.] $\int \frac{x+3}{x^2-3x+2} dx$.

3. Metodom supstitucije izračunajte integrale:

a) [5 bod.] $\int \frac{\sqrt{2+\ln x}}{5x} dx$ b) [5 bod.] $\int \frac{x^2+1}{(4x^3+12x)^7} dx$.

4. [15 bod.] Neka su $u, v : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ neprekidno derivabilne funkcije. Dokažite sljedeću formulu za parcijalnu integraciju:

$$\int u'(x)v(x) dx = u(x)v(x) - \int u(x)v'(x) dx.$$

5. Metodom parcijalne integracije izračunajte integrale:

a) [10 bod.] $\int (x+1) \sin x dx$ b) [10 bod.] $\int 3x^2 e^x dx$.

6. [20 bod.] Odredite površinu lika omeđenog parabolom $y = x^2 + 2x - 3$ i pravcem $y = -2x - 3$.