

2. kolokvij iz Matematike 2

13.05.2011.

1. Neka je $P = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$, $a = x_0 < x_1 < \dots < x_{n-1} < x_n = b$, subdivizija segmenta $[a, b]$, a $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ omeđena funkcija.

a) [5 bod.] Definirajte gornju i donju Darbouxovu sumu funkcije f za zadanu subdiviziju P .

b) [5 bod.] Definirajte donji i gornji Riemannov integral funkcije f .

c) [5 bod.] Definirajte kada je funkcija f integrabilna.

Uputa: Dovoljno je napisati odgovarajuće definicione formule, uz objašnjenje što pojedini simboli znače.

2. Neka su P i P' dvije subdivizije segmenta $[a, b]$ takve da je $P \subseteq P'$ (tj. P' profinjuje P), a $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ omeđena funkcija.

a) [5 bod.] U kakvom su međusobnom odnosu donje Darbouxove sume $s(f, P)$ i $s(f, P')$?

b) [5 bod.] U kakvom su međusobnom odnosu gornje Darbouxove sume $S(f, P)$ i $S(f, P')$?

Uputa: Između odgovarajućih veličina staviti jedan od sljedećih znakova: $<$, \leq , $>$, \geq , $=$.

3. a) [5 bod.] Iskazati teorem srednje vrijednosti za određeni integral neprekidne funkcije.

b) [5 bod.] Navesti geometrijsko značenje tog teorema.

4. a) [5 bod.] Iskazati Riemannov teorem.

b) [5 bod.] Kako glasi Newton-Leibnizova formula za određeni integral neprekidne funkcije?

5. Izračunajte integrale:

a) [5 bod.] $\int \frac{(x-1)(x-2)}{2x} dx$ b) [5 bod.] $\int_0^\pi \left(\sqrt{x\sqrt{x}} + \sin x \right) dx$.

6. Metodom supstitucije izračunajte integrale:

a) [5 bod.] $\int \frac{3x^2 + 4x - 1}{x^3 + 2x^2 - x} dx$ b) [5 bod.] $\int \sin x (5 + \cos x)^5 dx$.

7. Metodom parcijalne integracije izračunajte integrale:

a) [10 bod.] $\int 21x e^x dx$ b) [10 bod.] $\int (4 + x^2) \cos x dx$.

8. [15 bod.] Odredite površinu lika omeđenog parabolama $y_1 = x^2 - 3x$ i $y_2 = -\frac{1}{3}x^2 + x$.