

1. [15 bod.] Metodom matematičke indukcije dokažite da za svaki prirodan broj $n \geq 2$ vrijedi

$$\frac{1}{\log_x 2 \cdot \log_x 4} + \frac{1}{\log_x 4 \cdot \log_x 8} + \cdots + \frac{1}{\log_x 2^{n-1} \cdot \log_x 2^n} = \left(1 - \frac{1}{n}\right) \frac{1}{\log_x^2 2}.$$

2. [10 bod.] Dane su funkcije $f(x) = |x + 1|$ i $g(x) = 2^x$. Odredite kompozicije $(f \circ g)(x)$ i $(g \circ f)(x)$ te ih prikažite grafički.
3. [10 bod.] Iskažite i dokažite binomnu formulu.
4. [15 bod.] Dokažite da je svaki konvergentan niz realnih brojeva omeđen. Vrijedi li obrat?
5. [10 bod.] Tri broja čiji je zbroj 124 imaju svojstvo da su tri uzastopna člana geometrijskog niza i istovremeno prvi, jedanaesti i trinaesti član aritmetičkog niza. Koliko iznosi umnožak tih brojeva?
6. [15 bod.] Odredite domenu funkcije

$$f(x) = \frac{\log_5(3x^2 + 5x - 2)}{e^{\frac{x}{x^2-36}}} + \sqrt{-2x^2 + x} + \frac{2x + 3}{-x^3 + x^2 + 6x}.$$

7. [10 bod.] Izračunajte sljedeći limes

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x + 2a)^{x+2a} (x + 2b)^{x+2b}}{(x + 2a + 2b)^{2x+2a+2b}}, \quad a, b \in \mathbb{R}.$$

8. [15 bod.] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije g zadane formulom

$$g(x) = \frac{\sin((x + 1)^7 + 19)}{\sqrt[5]{x^3 + 3^x}} + e^{4x} + 9 \left(\cos x + \frac{4}{x} \right)^{2x+1}$$

u točki s apscisom $x_0 = 1$.

Dragana Jankov Maširević