

1. [20 bod.] Metodom matematičke indukcije dokažite da za svaki $n \in \mathbb{N}$ vrijedi

$$\frac{1}{24} + \frac{1}{120} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)(n+3)} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{(n+1)(n+2)(n+3)} \right).$$

2. • [10 bod.] Dane su funkcije $f(x) = |x + 3|$ i $g(x) = x^2 - 4x$. Odredite funkciju $(f \circ g)(x)$, te skicirajte njezin graf.

- [10 bod.] Riješite jednadžbu

$$|1 - 2x| + |x + 3| = 3.$$

3. [20 bod.] Odredite domenu funkcije

$$f(x) = \frac{\ln(6 + 3x^2)}{\sqrt{3 - 2x}} - \sqrt[3]{\frac{x - 1}{(x^3 - 3x^2 + 3x - 1)(1 - e^x)}}.$$

4. [20 bod.] Bez primjene L'Hospitalovog pravila izračunajte sljedeće limese

• [10 bod.] $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[n(\ln(n+4) - \ln(n-2)) \right],$

• [10 bod.] $\lim_{n \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin^2 n + \sin n - 1}{2 \sin^2 n - 3 \sin n + 1}.$

5. [20 bod.] Izračunajte derivaciju funkcije f zadane formulom

$$f(x) = \ln \left(\frac{\sqrt{x^2 + 3a^2} + e^{3x}}{\sqrt{2x^2 + 2a - 1}} \right), a \in \mathbb{R}.$$