

1.a) [5 bod.] Nadopuniti aksiom o matematičkoj indukciji:

Neka skup $M \subseteq \mathbb{N}$ ima sljedeća dva svojstva:

(i) _____ , (ii) $(\forall n \in \mathbb{N})$ _____ $\implies n + 1 \in M$.

Tada je $M = \mathbb{N}$.

b) [20 bod.] Matematičkom indukcijom dokazati jednakost

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

2.a) [5 bod.] Napisati definiciju funkcije $x \mapsto |x|$.

b) [15 bod.] Riješiti jednadžbu $|2x + 3| = x + 10$.

3. Neka je $S = \{x \in \mathbb{N} : x^2 < 4\} \cup \{2, \sqrt{13}\}$. Odredite:

a) [5 bod.] $\inf S$ b) [5 bod.] $\sup S$ c) [5 bod.] $\max S$ d) [5 bod.] $\min S$

4. Zadan je kompleksan broj $z = \frac{3i + \sqrt{3}}{-3 - 4\sqrt{3}i}$. Odrediti:

a) [10 bod.] realan i imaginarni dio od z b) [5 bod.] $|z|$ c) [5 bod.] \bar{z}

5. [15 bod.] Odrediti koeficijent uz x^5 u izrazu $(3\sqrt{x} + \sqrt{3})^{12}$.

1.a) [5 bod.] Nadopuniti aksiom o matematičkoj indukciji:

Neka skup $M \subseteq \mathbb{N}$ ima sljedeća dva svojstva:

(i) _____ , (ii) $(\forall n \in \mathbb{N})$ _____ $\implies n + 1 \in M$.

Tada je $M = \mathbb{N}$.

b) [20 bod.] Matematičkom indukcijom dokazati jednakost

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

2.a) [5 bod.] Napisati definiciju funkcije $x \mapsto |x|$.

b) [15 bod.] Riješiti jednadžbu $|2x + 3| = x + 10$.

3. Neka je $S = \{x \in \mathbb{N} : x^2 < 4\} \cup \{2, \sqrt{13}\}$. Odredite:

a) [5 bod.] $\inf S$ b) [5 bod.] $\sup S$ c) [5 bod.] $\max S$ d) [5 bod.] $\min S$

4. Zadan je kompleksan broj $z = \frac{3i + \sqrt{3}}{-3 - 4\sqrt{3}i}$. Odrediti:

a) [10 bod.] realan i imaginarni dio od z b) [5 bod.] $|z|$ c) [5 bod.] \bar{z}

5. [15 bod.] Odrediti koeficijent uz x^5 u izrazu $(3\sqrt{x} + \sqrt{3})^{12}$.